

《算法大全》与《古今算学宝鉴》初探

劳 汉 生

中算史研究中早已定论：明代是传统中算的沉寂时期，传统数学水平较低。或许正是由于这个原因，长期以来，明代中算的研究，除程大位及其著作外，始终是一个薄弱环节。这里，笔者对北京图书馆藏吴敬《九章详注比类算法大全》和王文素《新集通证古今算学宝鉴》作一初步探讨，以供研究者参考。

一、吴敬及其《九章详注比类算法大全》

吴敬字信民，浙江仁和（今杭州市）人，是当时钱塘一带远近闻名的数学家。关于吴敬的生平事迹，所见史料甚少，难于稽考^① 钱宝琮先生的《中国数学史》称：“根据《九章算法比类大全》1488年刊本项麒序文，我们知道，吴敬担任过几次浙江布政使司的幕府，掌管全省田赋和税收的会计工作。”不过，我所见弘治元年（1488）奉议大夫、南京刑部郎中、仁和人项麒为吴敬算书所撰序文中仅云：“杭郡仁和之邑有良士吴氏主有一翁者，天资颖达而博通乎算九。吾浙藩田畴之饶衍，粮税之滋多与夫户口之浩繁，载诸书籍之间者，皆于翁手是资，则无遗而无爽焉。一时藩臬重臣皆礼遇而信托之者，有由然矣。”据此可以断定，吴敬曾为一些浙江地方官僚掌管会计工作，但只说吴敬“担任过几

次浙江布政使司的幕府”，似乎根据不足。是否钱先生与我所见版本相异呢？

（一）版本介绍

李俨先生在其《明代算学书志》中，关于吴敬及其著作指出：“《九章算法比类大全》十卷，景泰庚午（1450）钱塘吴信民（敬）作，共八本，有乘除，分九章，每章后有难题。其书章类紊乱，差讹者多。查明周述学《神道大编历宗算会》称：‘吴敬详注《九章》’天一阁藏明刊本吴敬编《算法大全》十卷，一作八本。清初武林《清来堂书目》载有明吴敬《比类算法大全》。明赵琦美《脉望馆书目》有《九章算法比类大全》八本，又《算法大全》四本。上海东方图书馆旧藏明弘治元年（1488）刻本八册。北大图书馆有李盛铎旧藏十二册，日本静嘉堂有一部。”②

由此可以发现，对于各种版本之来龙去脉，李俨先生已明察。即上面提到的《算法大全》、《比类算法大全》等，皆溯源于景泰元年的《九章算法比类大全》。笔者所见《九章详注比类算法大全》十卷，附乘除开方起例一卷，八册，题明钱唐南湖后学吴敬信民編集，景泰元年王均刻，弘治元年吴讷（吴敬孙）重修。这个版本，李俨先生有影印本藏中国科学院自然科学史研究所图书馆。按项麒序“翁（吴敬）尝编纂其《九章算法比类大全》，通九卷，以刻于梓，以开导其后后进之士，何其厚也！未几，便毁于邻燹，而十存六焉。翁之长嗣怡庵处士，叹惜弥浑，辄命其子，名讷字仲敏而号循善者，重加编校而印之，以上继其父祖之素志。”这表明，原始版本为九卷本，以后在此基础上逐渐扩充，成为十卷本。从钱宝琮先生对其所见1488年刊本《九章算法比类大全》章目的分析看，钱见本与笔者所见《九章详注比类算法大全》的内容雷同，因而弘治元年（1488）大概是一种版本冠以异名流传。

至于周述学《神道大编历宗算会》言吴敬详注《九章》，则

周述学见过《九章详注比类算法大全》毋疑。

(二) 内容初探

吴敬《九章算法比类大全》自序云：“方田、粟米、衰分，不过乘除互换，人皆易晓。若少广之截多益少，开平方圆、商功之修筑堆积、均输之远近劳费诸法颇难。至于盈朒、方程、勾股，题向深隐，法理难明，古注混淆，布算简略，初学无所发明，由是通众术者鲜矣。辄不自揆，采辑旧闻九章详注，补众遗阙，辨其纰缪，粲然明白，如指诸掌，前增乘除开方起例之法，中添注、比类、歌诗之术，后续锁积演段还源之方，增千二百题，通古旧题总千四百余问，数十万言，厘为十卷，题曰《九章算法比类大全》。积功十年。”由此可知，吴敬的著述目的主要是搜集、整理、注释前人数学成就，意不在求新。具体分析各部分内容如下：

1. 首卷“乘除开方起例”，共一百九十四问，旨在讲解算法的基本理论，列举了大数记法、小数记法、度量衡制单位、整数四则运算、分数四则运算、定位、开方、差分等项，并用诗歌的形式一一作了解释。此外，首卷中还提出了一种“写算”法。这种“写算”乘法是以前我国数学书中从未见过的。吴敬之后的程大位在其《算法统宗》里把这种算法叫“铺地锦”。^③关于“铺地锦”，早已为数学史界所熟悉，而它的鼻祖“写算”，说来也很简单。所谓写算，就是先画一些方格，格的多少根据数字位数的多少来确定，选择一个方向，画上每个方格的一个对角线。计算时先将乘数横写于方格右侧，都是每一个方格外写一个数字。每两个数字乘得的结果按十位与个位填写于对应方格对角线之上下，再按对角线斜行相加。空位不写字。如：

“今有丝三千六十九两八钱四分，每两价钞二贯六百三文七分五厘，问该钞几何？”

答曰：七千九百九十三贯九十五文九分。

法曰：置丝三千六十九两八钱四分为实，以每两价钞二贯六

百三文七分五厘为法乘之，合问。

这个问题实际上就是求 $306984 \times 260375 = ?$ 即 $306984 \times 260375 = 79930959000$ 。

2. 卷一“方田”，计二百一十四问，详述约分、合分等分数运算和各种田亩的计算。这一卷的特色在于它所涉及的田亩形状，除了《算经十书》中提到的外，还加上了梭田、箭翎田、二不等田、八不等田、钱田、船田、火塘田等稀奇古怪的象形田；与此同时，吴敬把诸田进行了分类，将可以用同一公式解决的问题放在一起。如“圭田、勾股田、半梭田，广纵相乘折半（ $S_{\text{面积}} = \frac{1}{2}a[\text{广}] \times b[\text{纵}]$ ）”又如“畹田、丘田、盆田、策田、碗田、凹田，周径乘，四而一。”当然，需要说明的是，这些象形田的计算公式，多属近似公式，误差较大。据考证，近似计算的思想肇源于《九章算术》，而收罗稀奇古怪象形田，然后加以近似计算则发轫于《五曹算经》。到了吴敬之时，这种“象形计算”充斥算书。《九章详注比类算法大全》中，就有冠以同一名目，然形状可以随题变化之田，令人瞠目。如关于“铤腰田”就列出了十几种不同的形状。

3. 卷二“粟米”，计二百一十二问；卷三“衰分”，计一百六十七问；卷四“少广”，计一百零五问；卷五“商功”，计一百三十五问；卷六“均输”，计一百一十九问；卷七、“盈不足”，计六十四问；卷八“方程”，计四十三问；卷九“勾股”，计一百零一问，完全是承袭《九章算术》以来，特别是杨辉的数学成就。关于这一点，只要看一下每章的目录就一目了然了。事实上，第一卷到第九卷这一千多个应用问题汇编，各卷的最初几个问题主要引自杨辉《详解九章算法》，也引用了刘徽《海岛算经》、王孝通《缉古算经》、朱世杰《四元玉鉴》的一些问题，称为“古问”。例如《九章详注比类算法大全》衰分章第一题为：“大夫、不更、簪衰、上造、公士（公、侯、伯、子、男），

凡五人以爵次高下均五鹿，问各得几何？”此题与《九章算术》衰分章第一题完全相同，是吴敬从杨辉《详解九章算法》中辑出的。而吴敬书中“务中听得语吟吟”（粟米）、“人携一壶酒”（盈不足）、“一只银盘三尺周”（勾股）等问，则又与《四元玉鉴》“或问歌象”门的各该问题相当。吴敬的比类，大都也是为数学史研究者十分熟悉的。如粟米章最后一题：“九文买个桃，二文买个梨，一文六个杏，百文买百枚。”这是常见的题目。至于谈到吴敬的注释，多是转引刘徽、杨辉的，当然也有少量的见解。

4. 《九章详注比类算法大全》卷十“各色开方”，共九十四问，专论开平方、开立方，以及开高次幂，开带从平方与开带从立方。吴敬开立方与求其他高次幂的正根法，不用增乘开方法而用立成释锁法（增乘开方法和立成释锁法是宋代贾宪创立的两种开方法）。立成释锁法直接来源于《九章算术》，可以说和《九章算术》的开方法本质上一样。而增乘开方法则比《九章》开方法简捷，有创造性，在中国乃至世界数学史上都享有很高声誉。然而，明朝一代数学家大都不了解增乘开方法的优越性，他们只能利用“开方作法本源”图（二项式展开系数表），仿照《九章算术》开方术、开立方术，求出高次幂的正根。很明显，这相对于宋元是一种倒退。但是，需要重申的是，明代在“色数学”方面达到了登峰造极的地步，尤其在吴敬书中，颜色被应用得维妙维肖，使开方运算眉清目秀。所谓“色数学”，就是在数学（特别是几何）中大量应用颜色来增加直观性和区别几何图形，即把看起来风马牛不相及的颜色和数学有机地结合起来。这种“色数学”对后来地图测绘影响不小，很有发展前景，因为它比起高度抽象的现代数学来，更容易为世人接受，因而在数学教育中“英雄本色”犹存。

（三）两点补充

如前所述，吴敬的工作旨在继承传统。他在《序》中认为，

一切适合当时社会生活的应用问题都是《九章算术》问题的演变。于是在他的著作中只对数字计算程序有所改变，对解题方法则原则上力求循古。由于《九章详注比类算法大全》与社会经济生活紧密相联，因此它是研究明代商业数学、明代经济和明代数学社会史的极好资料。书中关于商业的算题很多，包括合伙经营、商品交换等等，计有“买线失羽”、“三人税钱”、“经营得利”等等名目，反映出明代商业的繁荣。

《九章算法比类大全》成书后二十八年，即1478年，在意大利威尼斯附近的特雷维沙（Treviso）出版了意大利第一本印刷本算术书。这本被称为“特雷维沙算术”的书与《九章算法比类大全》中有许多算法、名称都非常相似^④，说明当时东西方数学社会背景和商业数学内容的一致性。但在意大利，紧接着商业数学的迅猛发展，数学理论一日千里。1494年帕奇欧里出版了有关概率问题的教材……至于列奥纳多·达·芬奇（1465—1526）、尼科洛·丰塔（1499—1557）、罗拉莫·卡当（1501—1576）等人的名字和成就，更为举世瞩目。这一切都是当时中国数学望尘莫及的。分析当时西方数学高度发展的原因，和资本主义的兴起是分不开的。例如，随着商业贸易日益发展，航海事业日新月异，十四世纪出现了海上保险事业。到十六世纪时，人寿保险及水灾、火灾等保险事业也相继出现，它们都向数学提出了新的要求，需要应用数学来分析和研究偶然现象中蕴涵的规律，估计事故发生的可能性有多大。这便促进了概率论的诞生^⑤。相比之下，中国当时的商业贸易就逊色了。我们知道，举世闻名的郑和下西洋，主要是政治目的，而不是商业目的。

二、王文素及其《新集通证古今算学宝鉴》

（一）王文素的生平事迹

王文素字尚彬，原籍山西汾州。成化年间（1465—1487）随其父王林经商到真定饶阳，遂定居饶川。王文素从小聪慧好学，人称“书史诸子百家无不知者”，尤其善长算学。及成人，潜心钻研诸家算法，三十余年如一日，终于在近六十岁时完成四十二卷巨著——《古今算学宝鉴》。据正德八年（1513）武邑庠生宝朝珍为《算学宝鉴》所作序文，得知王文素及其同乡善算者，曾因公大会于清河。当时，同行聚首，各抒其见，各伸所长，然惟王文素独占鳌头，才冠群首，被饶阳算学前辈杜瑾（字良玉）誉为“数算中纯粹而精者”。谓“吾辈之弗如也”。大约在清河大会后不久，王文素将平日所改正，编写的算书整理成十帙，三十余卷，这就是《通证古今算学宝鉴》稿本。王文素将此书呈良玉审阅，良玉倍加赏识，称：“窃见宋杨辉及我朝金陵杜文高、江宁夏源泽、金来朋等诸公算法固谓善矣，但头藏尾露，尾藏头露，俱以逢巧之法算之，不通活变，以致后学难悟。今公以通玄活变之术，断成诗歌讲义，诚可变而通之，使民宜之者乎。”良玉爱才心切，竭力赞助文素刊出《通证古今算学宝鉴》。于是此书1513年问世。约十年后，王文素又韵诗三百余问，分为十二卷，续在《通证古今算学宝鉴》后，名重修本为《新集通证古今算学宝鉴》，这是嘉靖元年（1522）的事。嘉靖三年（1524）经人赞助《新集通证古今算学宝鉴》刊行。

王文素具体生卒年代不详，不过据王文素《新集通证古今算学宝鉴·序》和《集算诗》可以断定，王文素的活动年代大约在公元1465年至1550年之间。

（二）一般情况介绍

李俨先生《明代算学书志》称：《算学宝鉴》三十卷，明王文素（1524）撰，现存。北京图书馆藏有蓝格抄本《算学宝鉴》六册。丁福保、周云青编《四部总目算法编》收有李俨先生撰《中算书录》，载：“《新集通证古今算学宝鉴》四十一卷，蓝格抄

本六册，明王文素撰。”又云：“明王文素撰《新集通证古今算学宝鉴》，亦简称《算学宝鉴》。最近由北京图书馆于旧书肆中发现。此书四百年来各收藏家及公私书目，未经著录。自序成于明嘉靖三年（公元一五二四年），比吴敬《九章详注比类大全》（公元一四五〇年）为迟。据其自序、卷首之集算诗及宝朝珍序文，知此书之成，时经三十年，王文素年已六旬，无力付刻，吉武杜瑾虽愿出资刊刻，而实现与否，尚无证明，是以流传甚少。此书采集宋杨辉、明金陵杜文高、江宁夏源泽（公元一四三四年）、金台金来朋诸家算法，加以编订。其画十六等图，即出于杨辉，而所称杜、夏、金三家著书名，尚未获知杜、金二家，只夏源泽一人可考。据其目录，全书共分子至亥等十二本（今订成六册），共四十一卷（自序作四十二卷）。⑥

这里出来一个问题，李俨先生《明代算学书志》与《中算书录》中谈论的是不是同一部书？若是，为何一曰三十卷，一曰四十一卷？我所见《新集通证古今算学宝鉴》四十一卷，首一卷（共四十二卷），抄本十二册，题汾阳王文素述于饶川西城之馆（也题汾阳王文素寓饶川述编），有1513年宝序和1524年文素自序。从李俨先生的介绍看，似乎李俨先生与我所见本相异。宝朝珍序：“先生又出平日所改正数书十帙，分为三十余卷，名曰《通证古今算学宝鉴》”，即1513年版为十帙。又1524年王文素自序说：“……凡二百条，三百十七诀，千二百六十七问，分为四十二卷，号《通证古今算学宝鉴》。于嘉靖改元训蒙西城，暇中又韵诗三百余问，分十二卷，以续于后。”故恐《算学宝鉴》非一种版本。

（三）《算学宝鉴》内容

王文素自序云：“留心算学，手不释卷三十余年，颇谙乘除之路算。尝取诸家算书读之，其辞失意者有之，问答不合者有之，歌诀包束不尽，定数不明，舍本逐末，弃源攻流，乘机就巧，法

理不通，学者莫可适从，正犹迷人而指迷人也。又兼版简模糊，撰书舛误……我朝景泰间，金台金来朋，有志改正，才论数题，即有二病，不足称也。愚故不揣鄙陋，敢以醯鸡井蛙之见，历将诸籍所载题术，逐一探远细论，研推其所当者述之，误者改之，繁者删之，阙者补之，乱者理之，断者续之。复增乘除图草定位式样开方演段捷径成术，编为拙歌，言以俗解。”这段文字表明了王文素著书之目的；道出了《古今算学宝鉴》独特的风格：

1. 内容丰富，结构完整，各类问题皆并收之。2. 写作严肃，论证严谨，虽洋洋四十二卷，收录上千题例，却非滥竽充数，凡荒诞及误差过大之算法均不列书中。3. 深入浅出，便于阅读，无哗众取宠之意，是一部难得的好教材。4. 遍采众家，去粗存精，对前人算书之误一一更正。就其内容，《算学宝鉴》可大致分为三类：

1. 前人著作的摘录。这一部分所占比例相当大，主要搜集了杨辉、贾亨、安止斋、吴敬、夏源泽、许荣、金来朋等人算书中的题目。如“假有罗四匹零一丈七尺，每匹价银四两八钱且云匹法四十尺，问该银几何？”（卷三）又“银一十七两八钱，每两买豆三石四斗一升，问该豆几何？”（卷四）等等。这类题目大都布算简单，屡见于各类算书之中。所不同的是王文素的著作虽仍采用传统数学“题、答、法、草”问题集形式，但在题目之前都赋有述理诗。如“互借求原”语：“互借求原仔细评，论来亦可用方程。九章巧遇非通理，布位如前等级同。”例：“甲乙二人沽酒，不知谁少谁多，乙钱少半甲，相和二百，无零皆可，乙得甲钱中半亦然二百，问甲、乙钱？”“答曰：甲一百六十文，乙一百二十文。”

2. 比类，即仿照常见题目重新造题。如“方石类锥一个，底方六尺，第二层方四尺，第三层方四尺，第四层方二尺，第五层方三尺，顶高一丈八尺，问积几何？”等等就属比类。比类思想宋

代相当流行，至明而不衰。王文素的比类，显然直接受杨辉、吴敬影响。至于上面所举例子，实际上是《九章算术》商功章的问题经过不断比类而成。

3. 王文素的见解和评述。这部分内容散见于各卷之中。如“弧田一段，弦十四步，矢七步，问为田几何？”关于弧田面积，《九章算术》用公式 $S = \frac{1}{2}(\text{弦} \times \text{矢} + \text{矢}^2)$ 计算。刘徽注《九章》已知此公式有误差，但未给出精确公式。刘徽以后，诸家算书多以九章旧术或 $S = \frac{1}{2}\text{弦} \times \text{矢}$ 入算。显然以 $S = \frac{1}{2}\text{弦} \times \text{矢}$ 入算，误差更大。王文素深感曲边形面积公式误差太大，遂创新法。就上例，王文素认为“依古法答曰七十三步半（ $S = \frac{1}{2}[14 \times 7 + 7^2] = 73.5$ ）。”他用出入相补法解释，“弧矢相乘得直田积九十八步，依古法两角余积二十四步半”，然实际两角余积二十一步，因而以新法计算弧田面积当为七十七步。即以 $S = \frac{1}{2}(\text{弦} \times \text{矢} + \text{矢}^2)$ 计算常嫌小。当然，王文素的“新法”也是近似的，但用它去求牛角田，眉田等曲边形面积却大大提高了精度。王文素对出入相补原理倍加推崇，常用此原理解决几何难题，反映出他逻辑的清晰性与严密性。《算学宝鉴》中王文素的许多见解都是值得称道的。顺便说，王文素对长久以来不少算书无视徽率、祖率而取“周三径一”大为不满。他在演算中常用祖氏密率 $335/113$ ，或疏率 $22/7$ ，或用 $25/8$ 。

（四）王文素治学思想略述

王文素的治学思想，主要体现在《算学宝鉴·序》和《集算诗》里。概括起来有四点。

1. 六艺科中算数尊。按儒家的正统观点，六艺之中算为末。作为一个通儒固然要学一点数学，但绝不能把主要精力放在上面。“修身、齐家、治国、平天下”才是最重要的。南北朝时北齐颜之推《颜世家训·杂艺》中说：“算术亦是六艺要事，自古儒士论天道，定律历者皆学通之。然可以兼明，不可以专业。”

南宋朱熹说：“古人志道据德而游于艺。然九数虽为最末事，若而今行经界，则算法亦是有用。”与此相对，王文素认为，算数不应列在六艺之末，应当受到重视。他说：“六艺科中算数尊，三才万物总经论，乘除升降千般用，量度权衡五品分，天下钱粮凭是掌，世间交易赖斯均。”数是圣贤之说，倡导人们用心去学。

2. 数理可知，全在持之以恒。王文素认为数是“出于自然”的，有理可依，有规律可循，但却不是随随便便可得到的。即“莫言算学理难明，旦夕磋磨可致通。广聚细流成巨海，久封抔土积高陵。肯加百倍功夫满，自晓千般法术精。”他还以自己的亲身体会激励后学，言：“……留心算学年已深。苦思善致精神败，久视能令眼目昏。铁砚磨穿三两个，毛锥乏尽几千根。如风扫退天边露，显出中秋月一轮。”

3. 晓然示人，深求其故。王文素提倡由浅入深，循序渐近地学习和研究，要求著书立说深入浅出，晓然示人。最恨隐互错糅故弄玄虚。他以为诸家算书“总未周”，“……故忘鄙陋又重修，吹开毛孔寻疵病，使碎心机觅本流。”表明他精益求精的精神。王文素还特别强调学习要追根求源，不可一知半解。指出：“百法源流当细审，四家周径莫轻谈。”

4. 千秋功罪，敢予评说。教育上有句名言叫做“师我者生，法我者亡。”意思是说，要学习前人的方法，但又不能步前人后尘。王文素在著作中谆谆告诫后学，不要迷信古人，不要迷信权威，要批判地继承和学习前人的方法、成就。他评述道：“市鬻诸家俗算篇，数差法拙字讹刊。鲁鱼豕亥三为二，焉马平乎十作千。”“诸家算籍甚差讹，暮玩朝参已证磨。”这说明王文素在当时盲目尚古、马马乎乎的鄙陋风俗中追求严谨的风格。

注：

①清代阮元以明代中算为“黑暗时代”，因不务搜求。

《畴人传》(1795—1799)所载明代算家微乎其微,无吴敬、王文素。《明史》等明代主要史料上也不见吴、王二人有传。

②李俨:《中算史论丛》第二集,科学出版社,1954年,87—88页。

③李迪:《中国数学史简编》,辽宁人民出版社,1984年,219页。

④钱宝琮:《中国数学史》,科学出版社,1964年,134页。

⑤劳汉生:《关于世界最早的概率论论文》,载《科学、技术与辩证法》,1986年3期。

⑥李俨:《中算书录》,载丁福保、周云青编《四部总目算法编》,商务印书馆,1957年,补遗50。

作者工作单位:内蒙古师范大学数学系

