

微积分在中国的最初岁月

——纪念《代微积拾级》出版 140 周年

汪 晓 勤

由是，一切曲线、曲线所函面、曲面、曲面所函体，昔之所谓无法者，今皆有法；一切八线求弧背、弧背求八线、真数求对数、对数求真数，昔之视为至难者，今皆至易。呜呼！算术至此观止矣，蔑以加矣。

——李善兰：《代微积拾级》序

西方第一部微积分教材是法国数学家洛必达 (G. -F. -A. de L'Hospital, 1661~1704) 的《无穷小分析》(*Analyse des infiniment petits*)，1696 年出版于巴黎^①。但书中不含积分内容，没有函数和极限概念，也没有泰勒级数、微分应用等内容。《无穷小分析》出版后受到极大的欢迎，整个 18 世纪，它一直是微积分的标准课本。

美国数学家罗密士^② (E. Loomis, 1811~1889) 1830 年毕业于耶鲁大学，1860 年以后回到耶鲁大学任自然哲学和天文学教授。罗密士因出版大量数学、天文学和气象学教科书而闻名^③。他于 1851 年出版的微积分教材即是中国第一本微积分教科书《代微积拾级》(以下简称《拾级》)的底本。罗氏称此书“不是为数学家，也不是为有特殊数学才能或数学爱好的人，而是为一般能力的广大大学生”^④而写的。

伟烈亚力 (A. Wylie, 1815~1887) 是英国传教士，自 1847

至1877年的三十年间曾三度来华，第一次是作为英国伦敦会设在上海的印刷所——墨海书馆的印刷员身份来华的。伟烈氏来华后，看到中国人对《几何原本》（前六卷）、对数以及其他由耶稣会士传人的西方数学知识抱有浓厚的兴趣，许多知识分子如饥似渴地学习西方科学知识，到处可见中国人的探究精神。他感到，仅仅是对于西方科学的肤浅的、通俗的介绍已远远不能满足中国人的需要。因此有必要翻译出关于各学科的更深入、全面的西方著作^⑤。他在撰写介绍西方笔算的数学入门著作《数学启蒙》（1853）时，就计划陆续翻译出版西方代数、微积分教科书，使中国人能够由浅入深、系统地学习西方数学：

余自西土远来中国，以传耶稣之道为本，余则兼习艺能。爰述一书，曰《数学启蒙》，凡二卷。举以授塾中学徒，由浅及深，则其知之也易。譬诸小儿，始而匍匐，继而扶墙，后乃能疾走。兹书之成，姑教之匍匐耳，扶墙徐行耳，若能疾走，则有代数、微分诸书在，余将续梓之。^⑥

罗密士的微积分教材出版后，伟烈亚力“闻而善之，亟购求其书”^⑦，决定与中国数学家李善兰（1811～1882）合作将其“译行中国”。

一、《拾级》在中国的传播

《拾级》于1859年由墨海书馆出版后，引起了众多中国知识分子的浓厚兴趣。太平天国的洪仁玕便特别喜欢它^⑧。此书流传颇广，习者很多。华蘅芳称：“咸丰间，曾有海宁李壬叔与西士伟烈亚力译出《代微积拾级》一书，流播海内。”^⑨一些学习者因书中字迹模糊而去信《万国公报》询问，如大沽殷仲深在信中称：“所购《代微积拾级》字迹有迷糊处，无从校对，如第十六卷^⑩第五页第一行抛物线弧分式……。”^⑪还给出书中模糊的原式。天津蹇云客在信中询问：

一、《代微积拾级》十三卷四页所列中国对数表根四三四二九四，其对数为九六三七七八四。余以此二率数位太少，曾依《代数术》十八卷十三页所载常对数表根四三四二九四四八一九之数推其对数，得九六三七七八四三一一二，未知是否？一、所购《代微积拾级》第十八卷第五页所列抛物线全积分式字板模糊，无从校对，今列其式于下并附余所臆度改正之式，祈定其是否？^⑫

蹶云客所给改式是正确的。

在清末许多书院、学堂，微积分被列入数学课程中，因而被广泛传播。开办于1867年的福州船厂法文学堂课程中即有微积分^⑬。1876年北京同文馆丁韪良所设八年制新课程表上，第六年数学课中有微分积分；五年制课程表上，第四年数学课有微分积分^⑭。同文馆算学课程中有微积分，李善兰所用微积分教材即为《拾级》。

林乐知创建于1881年的上海中西书院中，第六年数学课程为微分积分^⑮。梁启超任总教习的湖南时务学堂第一年读书分月课程表中，第十二月的格算门即含《拾级》和另一本由华蘅芳（1833～1902）和傅兰雅（J. Fryer, 1839～1928）合译的《微积溯源》^⑯。湖南湘乡东山精舍章程第24条称：“算学当循序渐进，初学一年习几何、代数、平三角、少广；第二年则习曲线微分积分，第三年则习弧三角及微积分之深义、立体几何。”^⑰

光绪二十三年（1897），华蘅芳在两湖书院任教，张之洞致函于他称：“两湖书院迄今年改章，令人人皆习算学，请分教面加讲授，酌定切实功课……拟添算学帮分教一位，协同分教分任讲授，须通代数、微积分者方可分阁下讲授之劳……”^⑱可知书院算学课程中有微积分。所用教材中还有《微积互求表》。同年创办的绍兴中西学堂算学馆亦开设微积分课程：

凡入算学馆，先习数学。已通数学者习几何，已通几何

者习代数。然后讨论三角八线、对数、诸曲线之理，以进于微分、积分。……习微积，宜先习西士伟烈亚力所译之《代微积拾级》，再习傅兰雅所译之《微积术》。^⑭

光绪二十四年（1898），林传甲任教衡州西湖精舍，翌年任教常宁求是书院，光绪二十六年又被长沙湘学使署所聘^⑮。林氏在这三处讲授微积分，《拾级》即为其所用教材之一。长沙求实书院教习许奎垣亦讲授微积分，他手头甚至有德文微积分教材。湖北自强学堂教习庆锡菴亦讲授微积分^⑯。以后的高等学堂和大学堂中，微积分成必修课程。

晚清中国许多知识分子对微积分都有所了解。沈毓桂称：“近代惟代微积数学、谈天等书，西儒究心译出，悉本《几何原本》详言立法，最为精深。”^⑰番禺朱宪章称：

自海宁李氏、金匱华氏译出西人代数、微积诸术而于是算学又别辟一境。其立术之精妙，迥非向之所谓天元、借根及一切中法所能企及。盖算学至斯登峰造极、蔑以复加焉。^⑱

19世纪90年代，一些学者就“泰西算术何者较中法为精”这个话题进行了讨论^⑲，吉绍衣等人认为西方数学较中算为精的有几何原本、代数学和微积分。

二、对《拾级》的研究

尽管微积分经过书院和学堂数学教育而在中国传播开来，但《拾级》这样的教材对于初学者来说是很难的。徐有壬称：

是法壬叔外鲜能通晓，书中文义语气，多仍西人之旧，奥涩不可读，惟图式皆可据。^⑳

冯桂芬和陈子瑁撰《西算新法直解》，目的是让微积分成为“人人可知、人人可学”的学科，而这也正是数学家徐有壬（1800～1860）的夙愿。华世芳称：

咸丰之季，西人新术初入中土，通其法者鲜。而李壬叔所译《代微积拾级》一书，尤为难读。^②

梁启超称：

李壬叔初译《代数学》已佚，其存者《代微积拾级》一依西人文法，不敢稍有变动，故极佶屈难读。冯林一尝以己意重演之，为《西算新法直解》，然不能善也。^③

黄启明称《拾级》和《溯源》二书“词旨隐奥，每类之中仅露端倪，初学读之不无临卷茫然之叹。”^④《江南制造局译书提要》亦称“微积之书，《拾级》甚为难读。”张燾说：

译本《代微积拾级》、《微积溯源》二书，未尝不分列各款，举示一隅。然读者如堕五里雾中，懵懵焉而无所所得。^⑤

卢靖则称：

近世算术，以微积分为最深而最难，又为格物科学所不可少。吾国五十年来，仅有译成之《代微积拾级》与《微积溯源》二书。《拾级》简奥佶屈，海内畴人咸以难读为苦。强作解人如某公之《直解》，擅易其所译之号，颠倒讹误，岂徒无益于后生。《溯源》较为详备，然不立题，不设数，愈讲微分为何物，愈令人迷惑恍惚而不可捉摸。畴人探索经年而不得其方者，比比然也。^⑥

尽管如此，消化和吸收微积分方法，并致力于微积分研究者大有人在。李善兰在与伟烈亚力合译西书之后所写的著作，如《尖锥变法解》、《级数回求》等都是会通中西数学之作。《拾级》译成之初，即引起徐有壬和冯桂芬的浓厚兴趣。后者与陈子璿著有《西算新法直解》，对其进行“条分缕析、疏通而证明”。顾观光（1799～1862）对《代数学》和《拾级》有研究，不过他对西人颇多贬低之辞，而过分强调中算家的成就。如对于函数 $\sqrt{1+x}$ 的幂级数展开式，顾氏称：

此为无尽级数，实即开不尽之平方。用乘除以代开方，而

故立新名以涂人之耳目，可恨极矣。且乘除代开方，中土项梅侣等早有其术，无俟乞灵于西人，而其术较西人简易十倍，译书者岂未之见耶？^⑩

以这样的态度对待微积分，我们不难想象他对这一新方法的理解能达到怎样的程度。实际上，顾氏没能发现《拾级》第十卷第三款后三题答数之误^⑪。

《拾级》出版后，夏鸾翔（1823～1864）即对其作深入研究。卢靖称他“最究心于曲线之术，读《拾级》后，所造益深”^⑫。夏氏对微积分方法极为推崇：

圆出于方，而圆形不一，曲线之名因而万殊焉。昔人所谓有法者，只一平圆，至椭圆曲线，古已遗之。吾师项梅侣先生澄思渺虑，立术以求椭周。继之者鄂士戴氏、君青徐氏各立一术，而椭周乃为有法之形。然只能求椭周，不能截椭弧，且不能求诸曲线之弧与曲面与面积与体积，亦憾事也。自奈端、来本之^⑬二家作横直二线以取曲线，创名曰微分积分，于是昔所谓无法者，今皆有法。形虽万，法则一，诚算学之功臣也，亦人生之快事也。余近年避乱于吴门、于平湖、于南汇、于铁河，暇则细寻微积分奥窍，疏而演之，凡一百余术，法乃浸备。几何之学至是而无纤芥之憾矣。^⑭

在《致曲术》和《万象一原》中，夏鸾翔在《拾级》基础上获得许多新的结果。如《拾级》卷十八推导了椭圆绕长轴旋转而成的椭球面表面积公式以及椭球体体积公式，夏鸾翔则用同样的方法求得上述椭球体被垂直于椭圆长轴或短轴的平面所截得部分的表面积和体积，还用《拾级》中的方法推得《拾级》中所没有的许多旋转体体积和表面积公式。

在《拾级》的众多研究者中，华蘅芳是最出色者之一。华年轻时曾去墨海书馆拜见李善兰，正逢李与伟烈亚力合译《代数学》和《拾级》二书。然而，他初学微积分的经历与别人是类似

的：

……爰从其译稿中录得数条，视之，迄不得其用意之处。又阅数年，其译本先后刊竣，惠我一编。批阅数页外，已不知所语云。何也？盖其格格不相入者，犹之初读《海镜》时也。诘诸李君，则云：“此中微妙，非可以言语形容，其法尽在书中，吾无所隐也。多观之，则自解耳。是岂旦夕之工所能通晓者哉！”余信其言，反覆展玩不辍，乃得稍有头绪。譬如傍晚之星，初见一点，旋见数点，又见数十点、数百点，以致灿然布满天空。^⑥

如果说以前的作者们将《拾级》的难读归于译文的话，那么华蘅芳则是从微积分这门对中国人来说崭新的学科本身去寻找原因：

微分术中各种变化之法实超出乎代数之外，而不可以代数之常法解之。所以初学之人骤观微分之书几不知其所语云何，每有探索经年而莫得其从入之途者。……若微分之术，其变化之故几不可以形求理喻矣。而谓算学中必有此数，人谁信之？此所以徘徊户外莫得其从入之途也。^⑦

华蘅芳试图以几何上的点、线、面和体解释微分基本概念，认为：点为线的微分，线为面的微分，面为体的微分。

《拾级》中没有介绍现代意义下的定积分概念，但前面提到的长沙求实书院教习许奎垣首次利用积分与垛积术之间的关系以及极限工具获得了一、二次幂函数的定积分公式^⑧。

蒋士栋在反复研究《拾级》和《溯源》二书的基础上著《微积释马》。林传甲在阅读华蘅芳《学算笔谈》以前，独立发现了《拾级》中的错误，而他的求是书院学生陈谟以及湘学使署学生吴宗乾在学了《拾级》之后，亦各自独立校出了这些错误^⑨。林氏对微积分的研究成果编入《微积集证》一书。林氏还曾著《代微积浅释》^⑩。

徐异对微积分的研究达到了较高的水平，他不但纠正了振绮

堂丛书本和江苏书局刻本《万象一原》中的错误^①，而且还著有《积分难题》，解决了若干一、二阶常微分方程^②。

粤东凌步芳研究《拾级》和《溯源》，鉴于两书“词既隐约，语尤佶屈”，于是对其“逐节疏通”，著《微分详说》三卷、《积分详说》四卷^③。任教于澄江南菁高等学堂的陈志坚对微积分进行了多年的研究，著有《微积阐详》。陈氏所见仍是《拾级》和《溯源》二书：

康熙间英之奈端、德之来本之相继创微分、积分之术，遂于深算学界中别辟一程……自咸同间《代微积拾级》、《微积溯源》二书先后译行，其术乃传中土。顾《溯源》理窟深奥，读者猝难领解。《拾级》则浅深有序，门径易窥。惟是列款虽详，论题务简，尚非按时授课之书。……坚于斯术究心有年，粗窥厓略，为不揣冒昧，取二书中尤关要理者，得若干款，厘为五卷，名《微积阐详》。^④

对于《拾级》和《溯源》，陈氏更推崇前者，《微积阐详》多本其意。

在《拾级》译成后的半个世纪里，它是书院或学堂的重要教材，也是众多的微积分学习和研究者的主要文献，其影响是十分深远的。伟烈亚力也因此在中国赢得盛誉，当时上海的《教会新报》转载《香港新报》的文章称：“伟烈亚力先生，当今之畸人硕士也。精于畸人家，著作等身，风行海内，海内之谈天算学者皆仰之。”^⑤1869年伟烈亚力第二次回国时，中国朋友钱莲溪的赠诗中有“讲帷不下课三余，探索精微著异书。除却利、汤诸子外，天文数学问谁如”^⑥的赞语，《拾级》自然是“异书”之一了。1877年伟烈亚力第三次回国时，中国朋友沈毓桂的赠诗中有“抱道来华三十年，书成《微积》与《谈天》。重洋跋涉休嫌远，赢得才名到处传”^⑦之句，其中《微积》即《拾级》。由此可见，当时的中国知识分子对伟烈亚力的评价是极高的。

《拾级》的翻译出版标志着西方高等数学的传入。晚清中国数学家们学习和研究微积分，会通中西数学，获得传统数学方法所无法获得的结果，客观上缩小了与西方的差距，中国数学也因此得到某种程度的繁荣。华世芳称：

自李壬叔续徐、利之业而几何、曲线、重学、代数、微分、积分之学备，算学之至今日，古义既明，新法日出，斯诚极古今未有之奇萃，中外一家之盛矣！^①

伟烈亚力译成《拾级》后曾自豪地预言：“异时中国算学日上，未必非此书实基之也。”^②可以说，这一预言在不到半个世纪里就变成了事实。

本文在写作过程中得到吾师何绍庚先生的悉心指导，谨致谢忱！

注：

① C. B. Boyer, *The First Calculus Textbooks. The Mathematics Teacher*, 1946, 39: 159~167.

② 传记见 G. Kutzbach, Loomis, Elias. C. C. Gillispie. *Dictionary of Scientific Biography* (Vol. 8), New York, 1973, p. 487.

③ 被译成汉语的罗密士课本除《拾级》外，还有《形学备旨》十卷（狄考文、邹立文、刘永锡译，1885）、《对数表》一卷（赫士、朱葆琛译，1893）、《圆锥曲线》三卷（求德生、刘维师译，1893）、《代形合参》三卷（潘慎文、谢洪赓译，1893）、《八线备旨》四卷（谢洪赓、潘慎文译，1894）、微积学（刘光照译，1912）等。

④ 转引自 W. S. Horng, *Li Shanlan: The Impact of Western Mathematics in China during the Late 19th Century*, a Dissertation Submitted to the Graduate Faculty in History in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy, the City University of New York, 1991. p. 330.

⑤ 伟烈亚力：《代微积拾级》英文序，见 W. Lockhart, *The Medical Missionary in China*, London, 1861. pp. 349~350.

- ⑥伟烈亚力：《数学启蒙》序，1853年。
- ⑦李善兰：《代微积拾级》序，1859年。
- ⑧*North-China Herald*, September 1, 1860.
- ⑨华蘅芳：《微积溯源》序。
- ⑩实际上应为第十八卷。
- ⑪万国公报，1874，3：85。
- ⑫万国公报，1874，3：138。
- ⑬朱有瓛：《中国近代学制史料》第一辑（上册），页464。华东师大出版社，1983，页464。
- ⑭同上，页72。
- ⑮林乐知：《中西书院课程规条》，万国公报，1881年11月26日。
- ⑯梁启超：《时务学堂学约》见《中西学门径书七种》光绪二十四年（1898）上海大同译书局石印本。
- ⑰同⑬，页324。
- ⑱朱有瓛：《中国近代学制史料》第一辑（下册），页411。华东师大出版社，1983，页411。
- ⑲同上，页742~744。
- ⑳吴树梅：《微积集证》序。卢靖（1）：《万象一原演式》光绪二十八年（1902）石印本。
- ㉑㉒林传甲：《微积集证卷三》光绪二十六年（1900）长沙督学使署本。
- ㉓沈毓桂：《西学必以中学为本说》万国公报，1889，1（2）：6~7。
- ㉔朱宪章《〈算学报〉缘起》光绪二十五年（1899）。
- ㉕万国公报，1890，2（19）：18~19；2（20）：18~19；1893，5（55）：15~16；1893，5（57）：17~19。
- ㉖冯桂芬：《西算新法直解》序，光绪二年（1876）。
- ㉗华世芳：《近代畴人著述记》载华蘅芳《学算笔谈》，光绪二十三年（1897）味经刊书处刊本。
- ㉘梁启超：《读西学书法》见《中西门径书七种》，光绪二十四年（1898），上海大同译书局石印本。
- ㉙黄启明：《微积通论·例言》，光绪三十一年（1905）刻本。
- ㉚张熾：《微积阐详》序，光绪三十二年（1906）。

③③卢靖：《万象一原演式》序，光绪三十一年（1905）。

③①顾观光：《算牘余稿·论合名法》见《武陵山人遗书》光绪九年（1883）刻本。

③②顾观光：《算牘余稿·微分术》见《武陵山人遗书》，光绪九年（1883）刻本。

③④即微积分的两位发明者牛顿和莱布尼茨。

③⑤夏鸾翔：《万象一原》序，1862年。

③⑥华蘅芳：《学算笔谈》卷五，光绪二十三年（1897）味经刊书处刊本。

③⑦华蘅芳：《学算笔谈》卷十，光绪二十三年（1897）味经刊书处刊本。

③⑧林传甲：《微积集证》卷二，光绪二十六年（1900）长沙督学使署本。

④⑩刘璣：《微积集证》序。

④⑪徐异：《万象一原》校勘记，见《沿沂亭算稿二》，光绪二十七年（1901）。

④⑫徐异：《积分难题》，见《沿沂亭算稿三》，光绪二十七年（1901）。

④⑬凌步芳：《百砚斋算稿八种·总目》，光绪二十八年（1902），百砚斋刻本。

④⑭陈志坚：《微积阐详》序，光绪三十一年（1905）。

④⑮教会新报，1870~1871，3：71~72。

④⑯教会新报，1868~1869，1：59。

④⑰申报，1877，6：30。

④⑱华世芳：《振兴算学论》万国公报，1892，4（36）：1~2。

④⑲伟烈亚力：《代微积拾级》序，咸丰九年（1859）。

作者工作单位：浙江大学西溪校区数学系